

機件原理(Ⅱ)

機件原理的內涵

- 機件原理主要是介紹組成機械的機件之種類、用途及相互間的關係與其原理的應用。
- 教學目標如下：
 - 1.學生能瞭解各種機件之名稱、規格及用途。
 - 2.學生能瞭解各種運動機構之原理。
 - 3.學生能熟悉各種機件組成機構、機械之功用。

第十章：齒輪 學習目標

- 1.學生能瞭解齒輪的用途及種類。
- 2.學生能瞭解齒輪傳動原理及基本定律。
- 3.學生能瞭解齒輪的各部分名稱。
- 4.學生能瞭解模數、徑節、周節三者的關係並能熟練的計算。
- 5.學生能瞭解齒形曲線的種類及特性。
- 6.學生能瞭解齒輪的齒形與規格並能應用各種齒輪。

10-1 齒輪的用途與種類

■ 10-1-1 齒輪的用途

- 齒輪的用途很廣，當兩軸距離短、傳動動力較大及角速比必須正確時均可使用，如機械中的變速機構、差速機構、換向機構、起重機構等。其應用的場所可由極細小的鐘錶機構至車輛、輪船的重型傳動系統。其傳動功率的範圍，能夠從小馬力至數萬馬力。運轉時如保持適當的潤滑，可得到良好的傳動效率，甚可達90%以上，使用方法正確可得到很長的工作時數，甚至數十年。

- 齒輪的主要功用有：(1)傳達動力 (2)改變運動方式 (3)改變運動速度。

齒輪傳動的優點

- 齒輪傳動的優點：

- (1)速比正確。
- (2)所佔空間較小。
- (3)可變換速度。
- (4)可變換方向。
- (5)大小動力均可傳達。

- 隨著工業的發達，利用齒輪以傳達動力者愈來愈多，發展至今，由於齒輪齒形及材料之改進，加上使用專門製造機械(如滾齒機)，故齒輪在製造上並無困難，但由於應用時所佔空間的限制，所以傳動軸間距離較遠時不適用。

10-1-2 齒輪的種類

- 齒輪於兩軸間傳動時，依兩軸相對位置之關係，可分為：
 - 一、兩軸平行之齒輪
 - 二、兩軸相交
 - 三、兩軸不平行又不相交之齒輪

一、兩軸平行之齒輪

- 應用於傳動兩平行軸間之動力。可分為下列幾種：
 - 1.正齒輪(spur gear)
 - 2.螺旋齒輪(helical gear)
 - 3.人字齒輪(herringbone gear)
 - 4.齒條與小齒輪(rack and pinion)
 - 5.針狀齒輪(pin gear)

1.正齒輪

- 正齒輪之齒向與軸向平行，可分為外接齒輪，內接齒輪兩種。
- (1)外接齒輪(external gear)
- 如圖10-1所示，為兩平行軸間使用最廣泛的齒輪，其外形呈圓柱形，兩齒輪之輪齒於外緣相互嚙合，其輪齒與軸中心線平行排列。因為輪齒在圓柱形之外，故稱為外齒輪。外接齒輪傳動時，兩輪軸轉動方向相反。

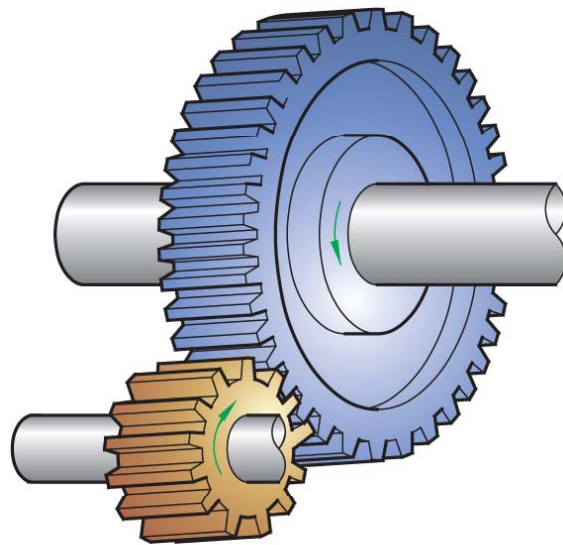


圖10-1 外接齒輪



動畫10-1-1



動畫10-1-2

(2)內接齒輪

- 內接齒輪如圖10-2所示，在大圓環內面切成與軸軸平行的輪齒之齒輪，一般均與小齒輪(Pinion)互相嚙合。內接齒輪傳動時兩輪軸之轉動方向相同。

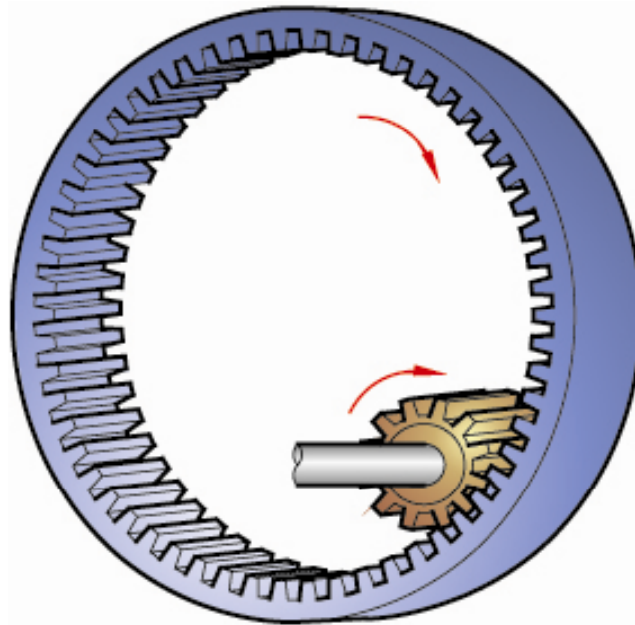


圖10-2 內接齒輪



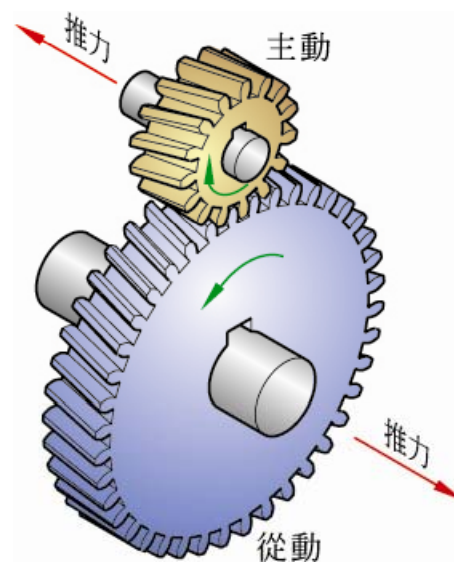
動畫10-2

2.螺旋齒輪

- 如圖10-3所示，為螺旋齒輪，又稱為正扭齒輪(*twisted spur gear*)，此種齒輪之輪齒與軸線成一傾斜角(螺旋角)，同一螺旋線上兩傳動輪之螺旋角相同，螺旋線旋向相反。當兩螺旋齒輪相嚙合時，其齒與齒之間是漸進接觸，因此其傳動時較平滑、安靜，適合高速傳動。其缺點是螺旋齒輪在傳動時，會產生沿軸向之推力。欲消除軸向推力，可在同軸上裝上兩個方向相反的螺旋齒輪，以抵消軸向推力。亦可用人字齒輪為之。

螺旋齒輪與正齒輪比較

- 螺旋齒輪與正齒輪比較，具有下列優點：
 - (1)較高接觸比可達3倍。
 - (2)較高的容許速度，可達正齒輪4倍。
 - (3)相同空間之下，可傳達較大的動力。
 - (4)較低噪音及磨損。



動畫10-3-1

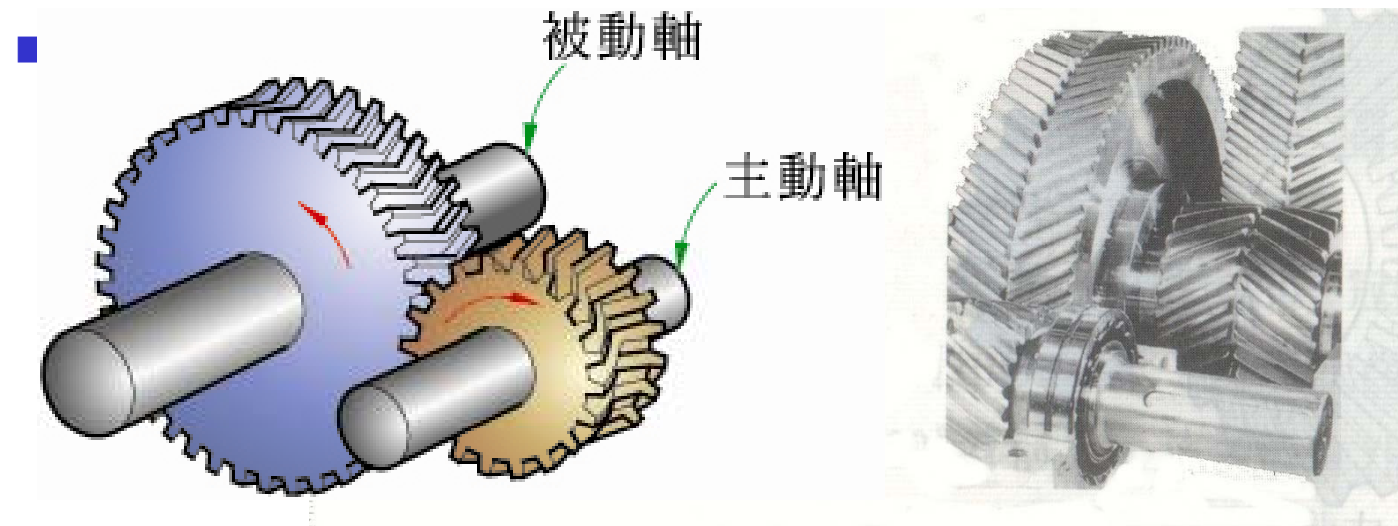


動畫10-3-2

圖10-3 螺旋齒輪

3. 人字齒輪

- 如圖10-4所示，又稱爲雙螺旋齒輪(double helical gear)，是由左向及右向螺旋齒輪組合而成，因此軸向推力可以互相抵消，故無軸向推力，但製造較麻煩。



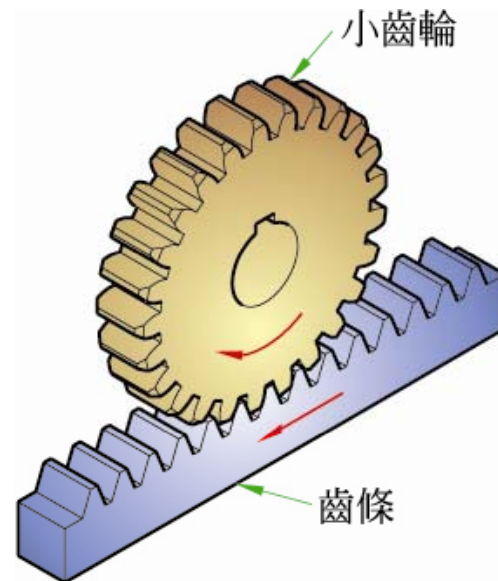
- 圖10-4人字齒輪



動畫10-4

4. 齒條與小齒輪

- 如圖10-5所示，在板條的表面刻上與小齒輪完全者即為齒條，亦可視為直徑無限大的外接齒輪，其齒形有直齒與螺旋齒。與齒條相嚙合之另一齒輪稱為小齒輪。



動畫10-5-1

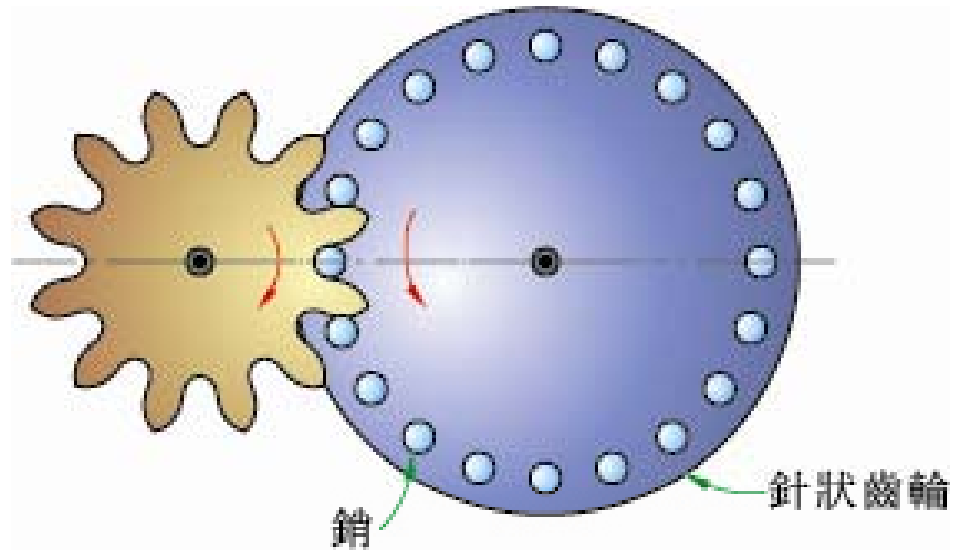


動畫10-5-2

圖10-5齒條與小齒輪

5. 針狀齒輪

- 如圖10-6所示，其中大輪利用針或銷代替輪齒，此類齒輪又稱為銷齒輪。優點為製造容易，應用於較小動力之傳動。



動畫10-6

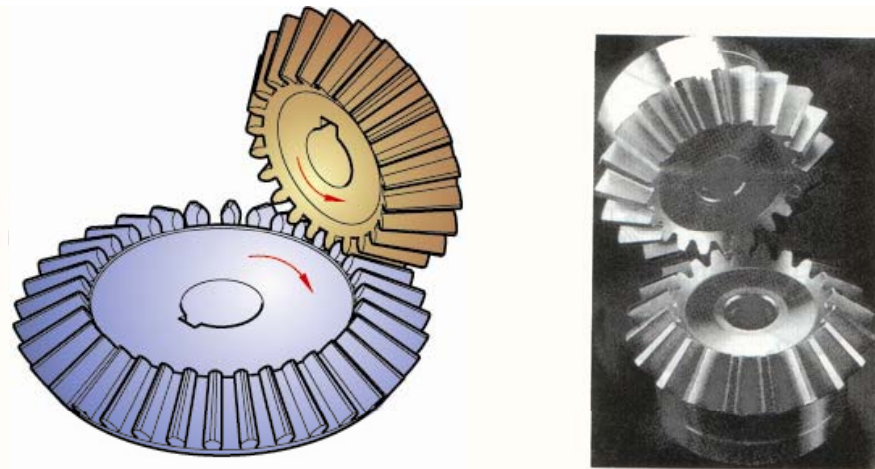
圖10-6針狀齒輪

二、兩軸相交之齒輪

- 斜齒輪(bevel gear)用於傳動兩相交軸間之動力，又稱傘形齒輪。可分為下列幾種。
 - 1.直齒斜齒輪(straight-tooth bevel gear)
 - 2.螺旋斜齒輪(helical bevel gear)與蝸線斜齒輪 (spiral-tooth bevel gear)
 - 3.冠狀齒輪(crown gear)

1.直齒斜齒輪

- 如圖10-7所示，直齒斜齒輪，又稱平斜齒輪，齒輪體為錐形體，齒形為直線狀，輪齒方向與節圓錐之線一致。若兩嚙合的兩直齒斜齒輪大小相等，且兩軸線正交，稱為斜方齒輪(miter gear)。



(a)直齒斜齒輪

(b)



動畫10-7-1

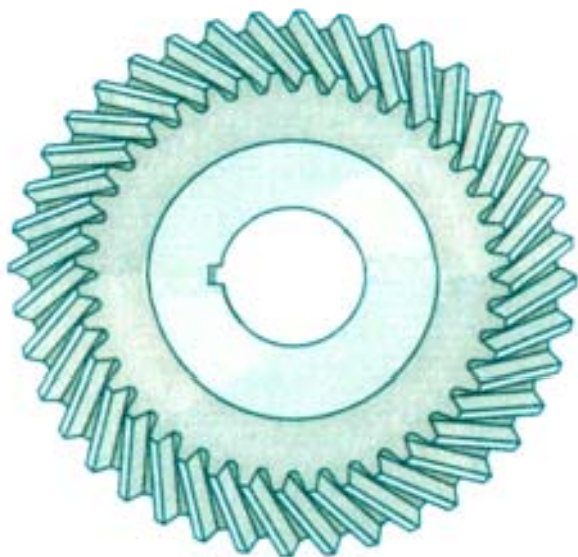
動畫10-7-2

圖10-7直齒斜齒輪

2. 螺旋斜齒輪與蝸線斜齒輪

- 螺旋斜齒輪與蝸線斜齒輪不同者在於螺旋斜齒輪與軸線呈一螺旋角，如圖10-8(a)所示。其螺旋角一般都在20度至25度之間。蝸線斜齒輪之齒形為對數螺旋線，如圖10-8(b)所示。兩者傳動時均有軸向推力，又因嚙合時採漸進方式接觸，運轉時較穩定安靜。其接觸面積較直齒大，因此適於高速及重負荷傳動。汽車傳動的差速箱(differential gear box)內，常用到蝸線斜齒輪。

接上頁



-
-

(a)螺旋斜齒輪

(b)蝸線斜齒輪(綠田機械公司提供)

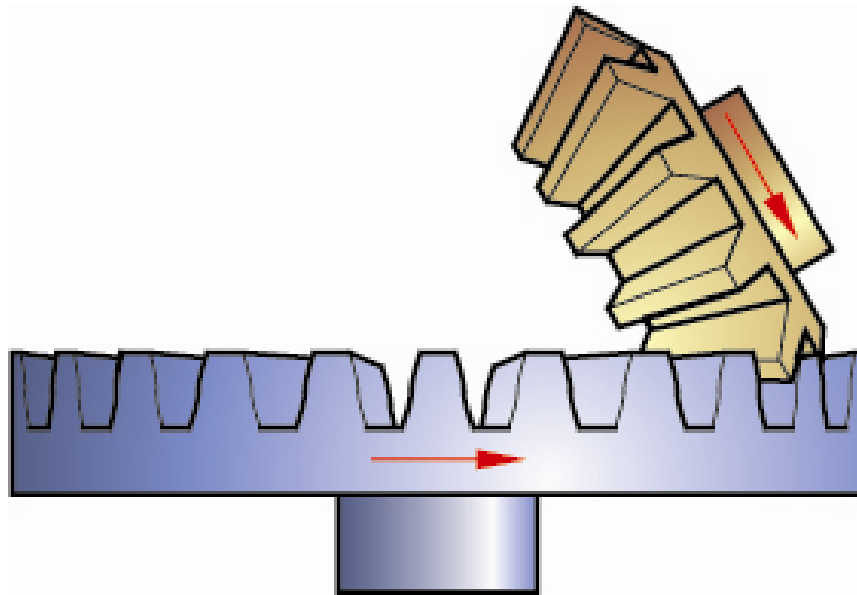
圖 10-8



動畫10-8(b)

3. 冠狀齒輪

- 如圖10-9所示，為冠狀齒輪。一對斜齒輪中有一個齒
- 輪頂角為**180**度者稱之，該類齒輪外形似一平盤，其
- 形狀像頭冠，適用於傳達兩軸相交之動力。



動畫10-9

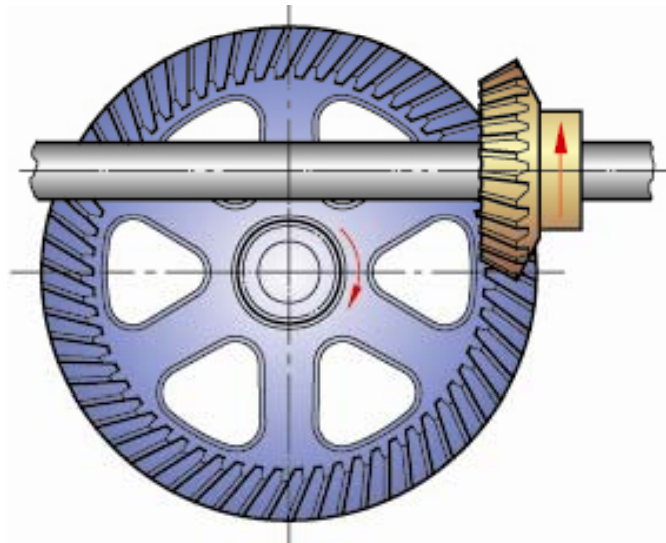
圖10-9冠狀齒輪

三、兩軸不平行且不相交之齒輪

- 用於不平行且不相交之兩軸間的齒輪，主要有下列幾種。
 - 1. 雙曲面齒輪(hyperboloidal gear)
 - 2. 戟齒輪(hypoid gear)
 - 3. 交叉螺旋齒輪(crossed helical gear)
 - 4. 蝸桿與蝸輪(worm and worm wheel)

1. 雙曲面齒輪

- 如圖10-10所示，又稱爲歪齒輪(skew bevel gear)，齒輪之節面爲雙曲面，兩軸成直角，但不相交，不容易製造。且其齒面間的滑動比大，應用範圍不廣，常用於紡織機械。

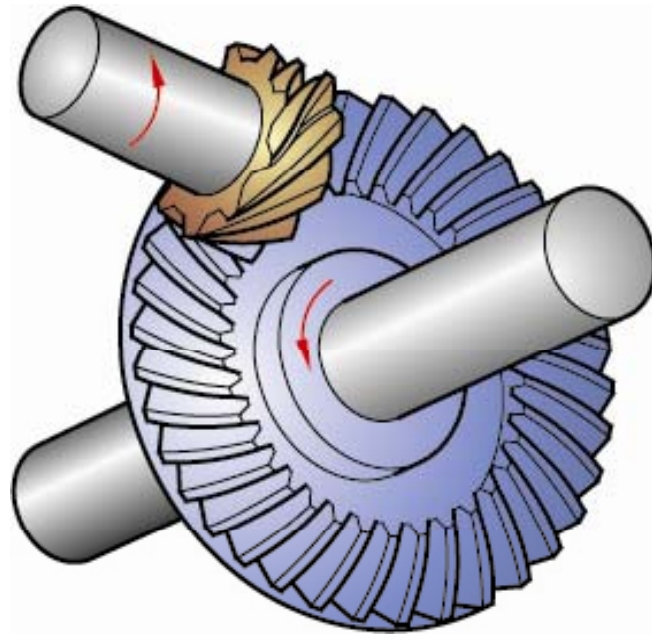


動畫10-10

圖10-10雙曲面齒輪

2. 戟齒輪

- 如圖10-11所示，與螺旋斜齒輪類似，但兩軸線不相交。運轉時較安靜、平穩，可得較大的速比，且不易磨損，常用於汽車差速器。

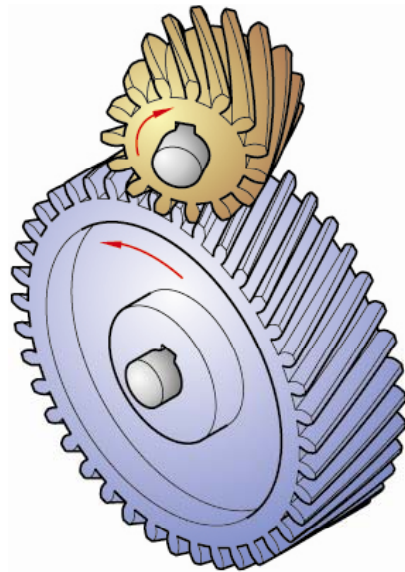


動畫10-11

圖10-11 戟齒輪

3. 交叉螺旋齒輪

- 交叉螺旋齒輪又稱螺輪(screw gears)如圖10-12所示。為將一對螺旋齒輪，應用於不平行且不相交之兩軸間。此類齒輪適用於傳遞不平行、不相交軸間的動力。由於傳動時僅以點接觸，所以限制了其傳送動力的能力。

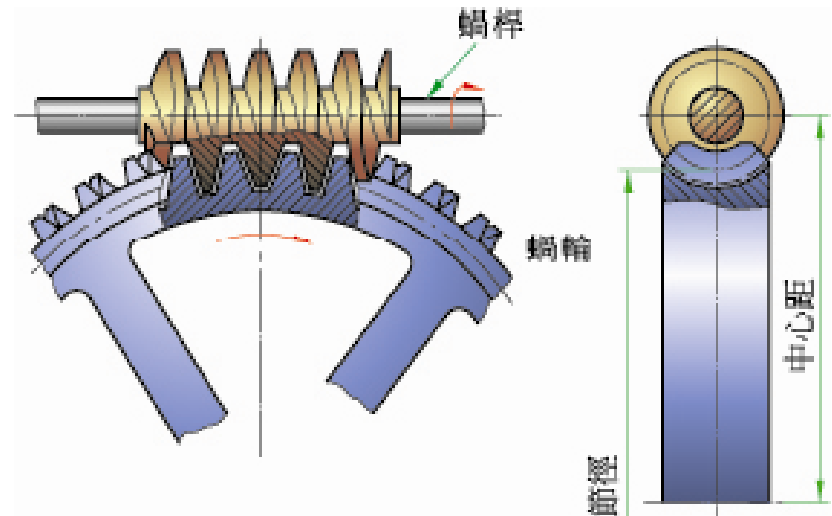


動畫10-12

圖10-12交叉螺旋齒輪

4. 蝸桿與蝸輪

- 如圖10-13所示。蝸桿永遠為主動，蝸輪為從動，常用於減速機構。速比可達1/40。蝸桿與蝸輪之速比與節圓直徑無關，僅與蝸輪之齒數及蝸桿上之螺旋線數有關。若為單線蝸桿，則蝸桿旋轉一周，蝸輪轉動一齒，若為雙線蝸桿，蝸桿旋轉一周，則蝸輪轉動兩齒。餘此列類推。



動畫10-13-1



動畫10-13-2



動畫10-13-3

圖10-13 蝸桿與蝸輪

蝸桿與蝸輪傳動之特點

- 與蝸輪傳動之特點如下：
 - (1)減速比很大，較其他齒輪高若干倍。
常用者有1：40，1：20，1：5
 - (2)不易倒行逆轉，適用於起重機械。
 - (3)工作時噪音很小。
 - (4)
$$\frac{\text{蝸輪每分鐘之轉速}}{\text{蝸桿每分鐘之轉速}} = \frac{\text{蝸桿上之螺旋線數}}{\text{蝸輪之齒數}}$$

10-2 齒輪各部名稱

- 一、正齒輪
- 正齒輪用於傳動兩平行
- 軸間之動力，正齒輪各
- 部份名稱如圖10-14所
- 示。

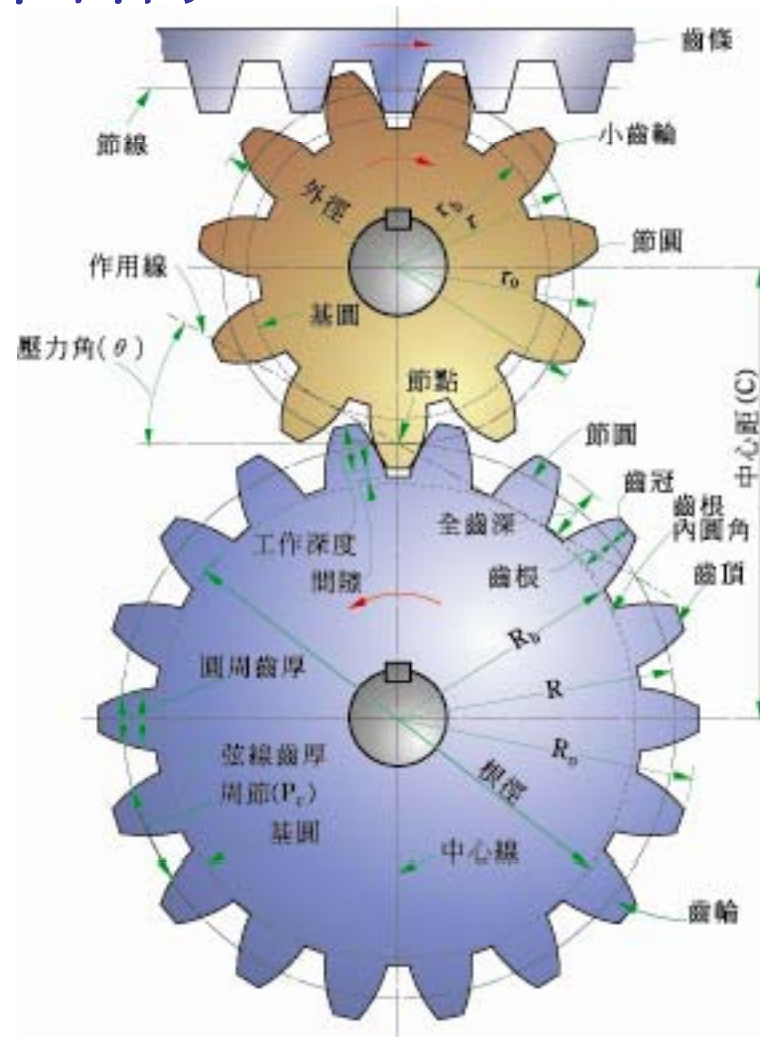


圖10-14齒輪各部份名稱

一、正齒輪 接上頁

- 1.節面(pitch surface)
 - 齒輪的假設曲面，是由節圓所集成的面，相當於摩擦輪的表面。是爲了便於計算、說明而設定的曲面。正齒輪之節面爲圓柱面，斜齒輪之節面爲截圓錐面。
- 2.節線(pitch line)
 - 垂直輪軸的平面與節面之交截線，稱爲節線。正齒輪之節線爲圓形，齒條之節線爲一直線。
- 3.節圓(pitch circle)
 - 圓形的節線稱爲節圓，位於齒頂圓與齒根圓的中間。節圓之直徑稱爲節圓直徑(pitch diameter)，簡稱節徑。

接上頁

- 4.節點(pitch point)

- 兩相嚙合齒輪，其節圓相切之點稱爲
- 節點必位於兩齒輪的連心線上。

- 5.基圓(base circle)

- 漸開線齒輪之齒形曲線由漸開線所形成。如圖10-15所示，當一直線沿一圓的圓周轉動時，此直線上任一點之軌跡，稱爲漸開線，其所繞之圓即爲基礎圓或基圓。圖10-14中 R_b 與 r_b 爲大小齒輪之基礎圓半徑。

- 6.中心距(center distance)

- 兩嚙合齒輪軸心間之距離。若兩嚙合齒輪外切時，中心距等於兩輪之節圓半徑和。若兩嚙合齒輪內切時，中心距等於兩輪之節圓半徑差。以 C 表示之。

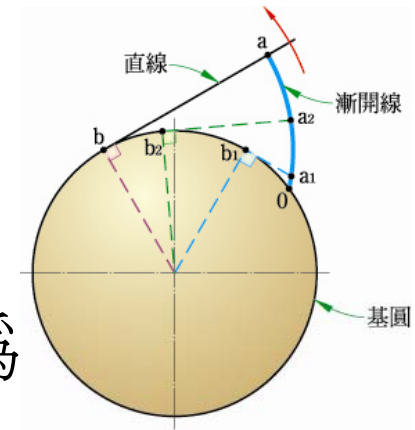


圖10-15

接上頁

- 7.齒冠圓(addendum circle)
- 又稱爲外圓(outside circle)或齒頂圓，即經過各齒頂的圓，其直徑稱爲外徑，等於節圓直徑加上兩倍齒冠。
- 8.齒冠(addendum)
- 又稱齒頂，爲從節圓至齒冠圓間的徑向長度。
- 9.頂背面(top land)
- 又稱頂面，齒冠圓在輪齒上所構成之平面區域。如圖10-16所示。
- 10.齒根圓(dedendum circle)
- 又稱根圓(root circle)，爲連接每一齒根部份

接上頁

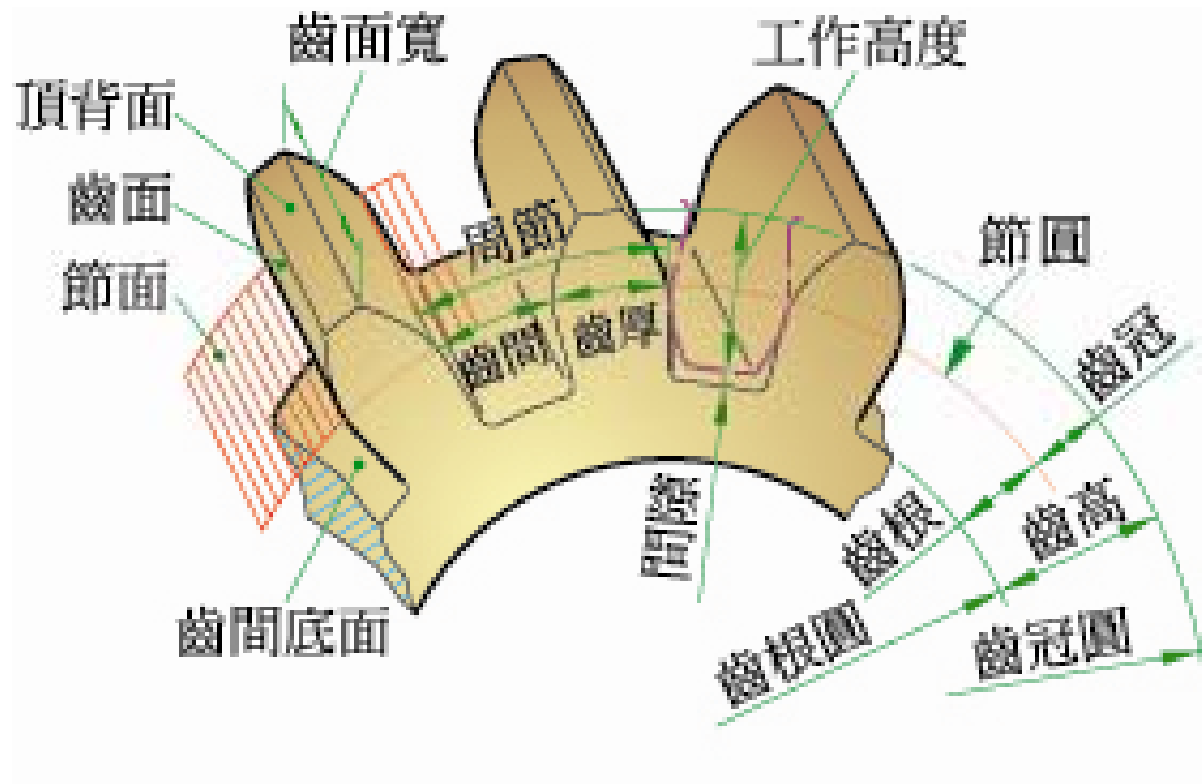


圖10-16 齒輪各部之名稱



接上頁

- 11.齒根(dendum)
 - 為從節圓至齒根圓間的徑向長度。
- 12.齒間底面(bottom land)
 - 相鄰二齒之齒腹間，的底部區域。
- 13.齒深(tooth depth)
 - 為齒冠與齒根之和，亦稱為齒高。
- 14.齒面(face of the tooth)
 - 輪齒介於節圓與齒冠圓間的曲面。
- 15.齒腹(flank of the tooth)
 - 輪齒介於節圓與齒根圓間的曲面。

接上頁

- 16.齒面寬(width of face)
 - 又稱爲齒闊(tooth width)，爲輪齒沿軸向齒面之長度，亦即齒面的之寬度。
- 17.齒厚(tooth thickness)
 - 輪齒沿節圓之弧長。
- 18.弦齒厚(chordal tooth thickness)
 - 齒厚之弦長。
- 19.齒間(tooth space)
 - 相鄰兩齒間沿節圓之弧線長度。
- 20.間隙(clearance)
 - 又稱餘隙，齒輪之齒根圓與其相嚙合齒輪之齒冠圓之距離。

接上頁

- 21.齒隙(backlash)
 - 又稱背隙即一齒輪之齒間與其相嚙合齒輪之齒厚間的空隙，通常齒間比齒厚大約0.05~0.1 mm，精製之齒輪都不用齒隙，粗製或鑄造之齒輪，其齒隙較大。如圖10-17所示。
- 22.工作深度(working depth of tooth)
 - 為齒深與間隙之差，等於二倍的齒冠。
- 23.齒根徑(root diameter)
 - 為齒根圓的直徑，即節圓直徑減去兩倍的齒根。

接上百

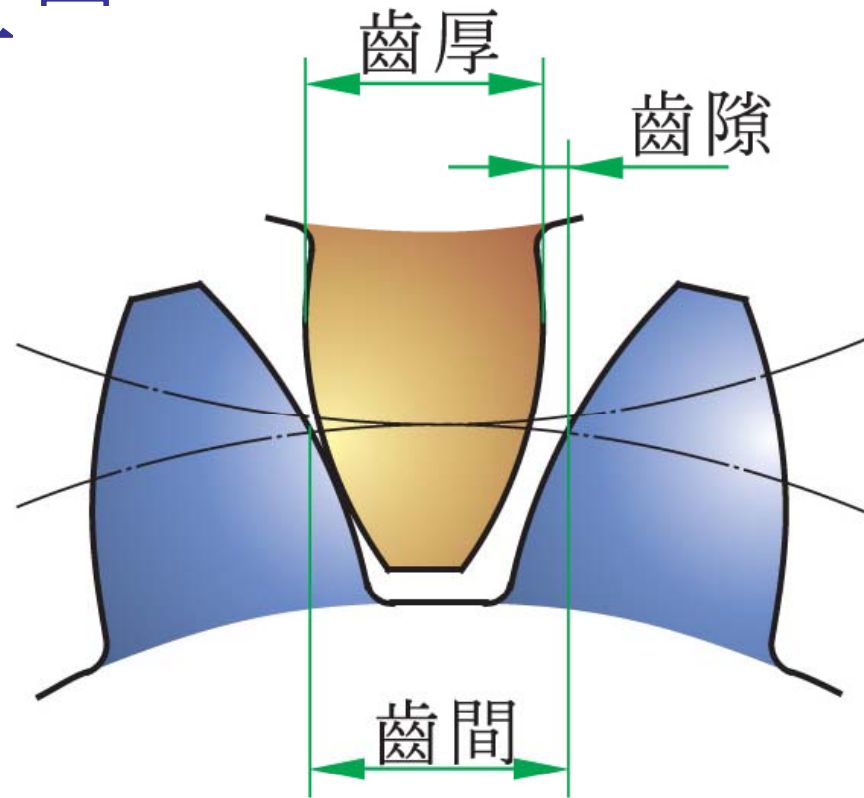


圖10-17齒隙



接上頁

- 24.模數(module)

- 為公制齒輪表示齒型大小的方法，即每一齒所佔有節圓直徑的長度，以M表示之。

- 模數
$$M = \frac{D}{T} \quad (10-1)$$

- 其中D為節圓直徑(mm)，T為齒數。

- 例如：D=300mm，T=60，則M=5。

- 公制齒輪若節圓直徑固定，模數愈大，則齒輪之輪齒亦愈大。

接上頁

- 25.徑節(diametrical pitch)
- 又稱節數(pitch number)。為英制齒輪表示齒型大小之方法，即每吋節圓直徑所佔有之齒數，以 P_d 表示之。

- 徑節
$$P_d = \frac{T}{D} \quad (10-2)$$

- 其中 D 為節圓直徑(吋)， T 為齒數。

- 例如： $D=10$ 吋， $T=60$ ，則 $P_d=6$ 。

- 若節圓直徑固定，徑節愈大，則齒輪之輪齒愈小。由(10-1)式及(10-2)式，可得

- $$M = \frac{25.4}{P_d} \quad \text{或} \quad P_d = \frac{25.4}{M} \quad (10-3)$$

接上頁

- 26. 周節(circular pitch)

- 為沿節圓上，自一齒之某一點至相鄰齒上同位點之弧線距離(為齒厚及齒間之和)，以 P_c 表示之。

- $P_c \times T = \pi \times D$ 或 $P_c = \frac{\pi D}{T}$ (10-4)

- 若為公制齒輪時

- $\therefore M = \frac{D}{T}$ $\therefore P_c = \frac{\pi D}{T} = \pi M$ (10-5)

接上頁

- 若為英制齒輪時

- $\because P_d = \frac{T}{D} \quad \therefore P_c = \frac{\pi D}{T} = \pi \frac{D}{T} = \pi \frac{1}{P_d} = \frac{\pi}{P_d}$

- $\therefore P_c \times P_d = \pi$ (10-6)

- 即(10-5)式得周節等於模數乘 π 。
- (10-6)式得周節乘徑節等於 π 。

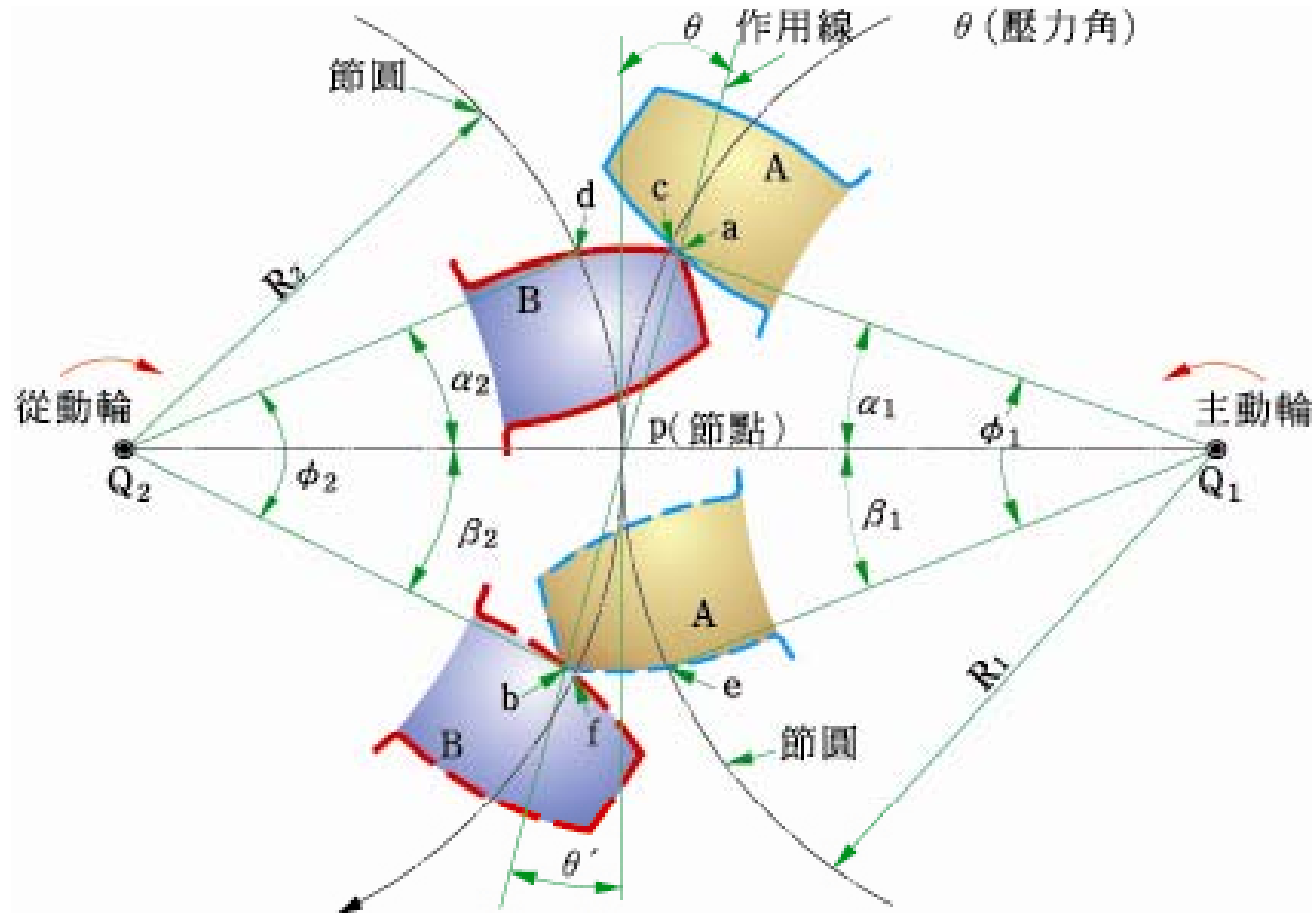
接上頁

- 27.作用線(line of action)
- 又稱壓力線(pressure line) ，爲二相互嚙合之齒輪，其輪齒之接觸點至節點的連線。
- 28.壓力角(pressure angle)
- 又稱傾斜角(angle of obliquity) ，爲作用線與過節點之公切線之夾角。壓力角常以 θ 表示之。

接上頁

- 29.接觸線(path of contact)
 - 互相嚙合之二齒輪，自開始接觸起至脫離接觸止，其接觸點時時變化，接觸點所成之軌跡線稱為接觸線。接觸線必經過節點。
- 30.漸近角(angles of approach)
 - 相互嚙合的兩輪齒，由開始接觸點至節點，其間齒輪所旋轉的角度，稱之為漸近角，如圖10-18所示之 α_1 及 α_2 角。
- 31.漸遠角(recess angles)
 - 相互嚙合的兩輪齒，由節點接觸開始至接觸終了，其間齒輪所旋轉的角度即為漸遠角，如圖10-18所示之 β_1 及 β_2 角。

接上頁



-
-
-

圖10-18 齒輪之嚙合作用

接上頁

- 32.作用角(action angles)
 - 互相嚙合兩輪齒，由開始接觸起至接觸終了，其間齒輪所旋轉的角度即為作用角。即等於漸近角加漸遠角。如圖10-18所示之 ϕ_1 及 ϕ_2 角。
- 33.漸近弧(arc of approach)
 - 漸近角所對應的節圓弧長，稱為漸近弧。如圖10-18所示， cp 是齒輪 Q_1 的漸近弧； dp 是齒輪 Q_2 的漸近弧。

接上頁

- 34.漸遠弧(arc of recess)
 - 漸遠角所對應的節圓弧長，稱為漸遠弧。如圖10-18所示， p_e 是齒輪 Q_1 的漸遠弧； p_f 是齒輪 Q_2 的漸遠弧。
- 35.作用弧(arc of action)
 - 作用角所對應的節圓弧長，稱為作用弧。即漸近弧加漸遠弧。如圖10-18所示， c_{pe} 是齒輪 Q_1 的作用弧； d_{pf} 是齒輪 Q_2 的作用弧。
 - 兩相嚙合之兩齒輪，其作用弧恒相等，且長度須大於(或等於)周節，否則不能傳動。

10-2 齒輪各部名稱(接上頁)

- 二、斜齒輪
- 斜齒輪用於傳動兩相交軸間之動力，斜齒輪各部分名稱如圖10-19所示。

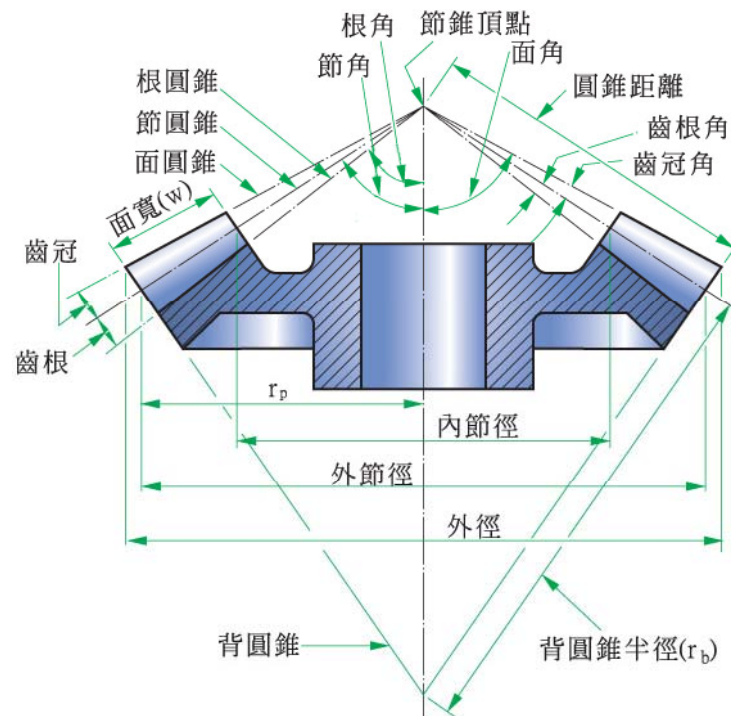


圖10-19斜齒輪各部分名稱

二、斜齒輪各部名稱

- 1.節圓錐(pitch cone)
 - 斜齒輪傳動時之滾動接觸的節曲面。
- 2.節徑(pitch diameter)
 - 分外節徑與內節徑。公制齒輪為大端的節圓直徑，英制齒輪為小端的節圓直徑。
- 3.外徑(outside diameter)
 - 齒輪大端之外圓直徑。
- 4.圓錐距離(cone distance)
 - 節圓錐之邊長。
- 5.面寬(face width)
 - 又稱齒面寬。為輪齒沿節圓錐表面輻射向的寬度。

接上頁

- 6.面圓錐(face cone)
 - 過齒頂部的圓錐。
- 7.根圓錐(root cone)
 - 過齒底部的圓錐。
- 8.齒冠(addendum)
 - 又稱齒頂，在大徑端，為節圓錐與面錐間之距離。
- 9.齒根(deddendum)
 - 節圓錐底部與根面錐的距離。
- 10.全齒深(total depth)
 - 齒冠與齒根之總和。

接上頁

- 11.節角(pitch cone angle)
 - 節圓頂角之半。
- 12.齒冠角(addendum angle)
 - 齒冠對於錐頂所張之角。
- 13.齒根角(deddendum angle)
 - 齒根對錐頂所張之角。
- 14.面角(face angle)
 - 面圓錐頂角之半。
- 15.根角(root angle)
 - 根圓錐角之半。

接上頁

- 16.背圓錐(back cone)
- 又稱爲法圓錐(normal cone)，其圓錐面與節圓錐垂直。
- 17.背圓錐半徑(back cone radius)
- 背圓錐之邊長。
- 18.形成直徑(formative diameter)
- 形成直徑爲銑製斜齒輪時之重要數據，其大小等於背圓錐的兩倍。

10-3 齒輪的基本定律

■ 一、齒輪之基本定律

- 欲使齒輪傳達時能維持順暢及一定的速比，構成兩齒輪輪齒的曲線，必須滿足以下條件：「兩相嚙合齒輪之輪齒，其接觸點之公法線必經過節點」，稱為齒輪基本定律(fundamental law of gearing)。如圖10-20所示。以共軛曲線(conjugate curve)製成之輪齒能完全符合齒輪基本定律。常用的輪齒曲線有漸開線與擺線兩種。
- 齒輪基本定律如圖10-20所示，設a、b分別為齒輪 Q_1 與 Q_2 相嚙合時之始、終接觸點。TS為接觸點a之公切線，接觸點a之公法線(TS之垂直線)ap必經過節點p。

接上頁

- 又 WV 為接觸點 b 之公切線，接觸點 b 之公法線 bp 必經過節點 p 。如輪齒曲線為漸開線則 apb 為一直線，如輪齒曲線為擺線則 apb 為曲線。

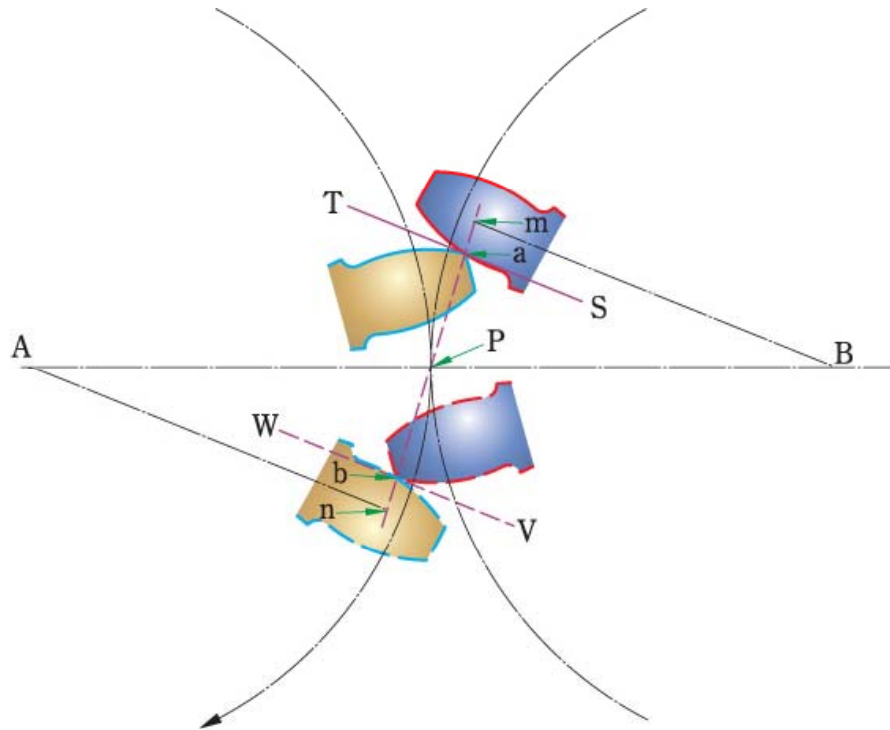


圖10-20齒輪基本定律

二、齒輪傳動之特性

- 齒輪傳動是利用輪齒相互接觸來傳達動力，輪齒曲線必須滿足齒輪的基本定律，齒輪傳動之角速比才能維持恆定。
- 一般齒輪的特性說明如下：如圖10-18所示，設 Q_1 齒輪之作用角為 ϕ_1 ，半徑為 R_1 ，節徑為 D_1 ，齒數為 T_1 ，每分鐘轉速為 N_1 rpm。 Q_2 齒輪之作用角為 ϕ_2 ，半徑為 R_2 ，節徑為 D_2 ，齒數為 T_2 ，每分鐘轉速為 N_2 rpm。

接上頁

- 1.作用角與節圓直徑之關係：兩嚙合齒輪之作用角與節圓直徑(半徑)成反比。

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad (10-7)$$

- 2.轉速與節圓直徑之關係：轉速與節圓直徑(半徑)成反比。在兩嚙合齒輪的節點上，兩齒輪的切線速度相等。即

$$2\pi R_1 N_1 = 2\pi R_2 N_2 \quad \therefore 2R_1 N_1 = R_2 N_2$$

- 即
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{R_2}{R_1} \quad (10-8)$$

接上頁

- 3.齒數與節圓直徑、作用角及每分鐘轉速之關係：齒數與節圓直徑成正比，齒數與作用角及轉速成反比。

$$\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{\pi D_1}{\pi D_2} = \frac{P_c T_1}{P_c T_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

- $$\frac{T_1}{T_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (10-9)$$

接上頁

- 4.作用弧與周節之關係：作用弧必大於或等於周節。兩齒輪之作用弧必須大於(或等於)周節。如此當第一對齒接觸尚未終了時，次一對齒就開始接觸，才能連續傳動，也不會令輪齒受到突然的荷載而產生陡震與噪音。一般傳達功率用的齒輪，其接觸比不得小於1.4。作用弧與周節之比值稱爲接觸比。接觸比愈大，則運轉愈順暢，傳動效率愈高。

10-4齒形種類

- 構成齒輪齒形之曲線，必須符合齒輪基本定律。符合齒輪基本定律之兩齒輪齒形曲線必為共軛曲線。常用者如下：
 - (1)漸開線
 - (2)擺線
 - (3)漸開線與擺線的混合曲線。

一、漸開線齒形

- 一、漸開線齒形
- 齒形之曲線由漸開線所構成者稱為漸開線齒輪。
- 1.漸開線的性質
- 將一條不可伸長的細繩，緊繞在一圓上。當此繩自圓上張開時，繩端的軌跡，即為一漸開線，如圖10-21所示。其所繞之圓即為基圓，相同基圓之漸開線曲度相同。基圓直徑愈大，則漸開線愈平直。基圓直徑愈小，則漸開線愈彎曲。漸開線之特性為漸開線上任一點之法線必與基圓相切。

● 漸開線

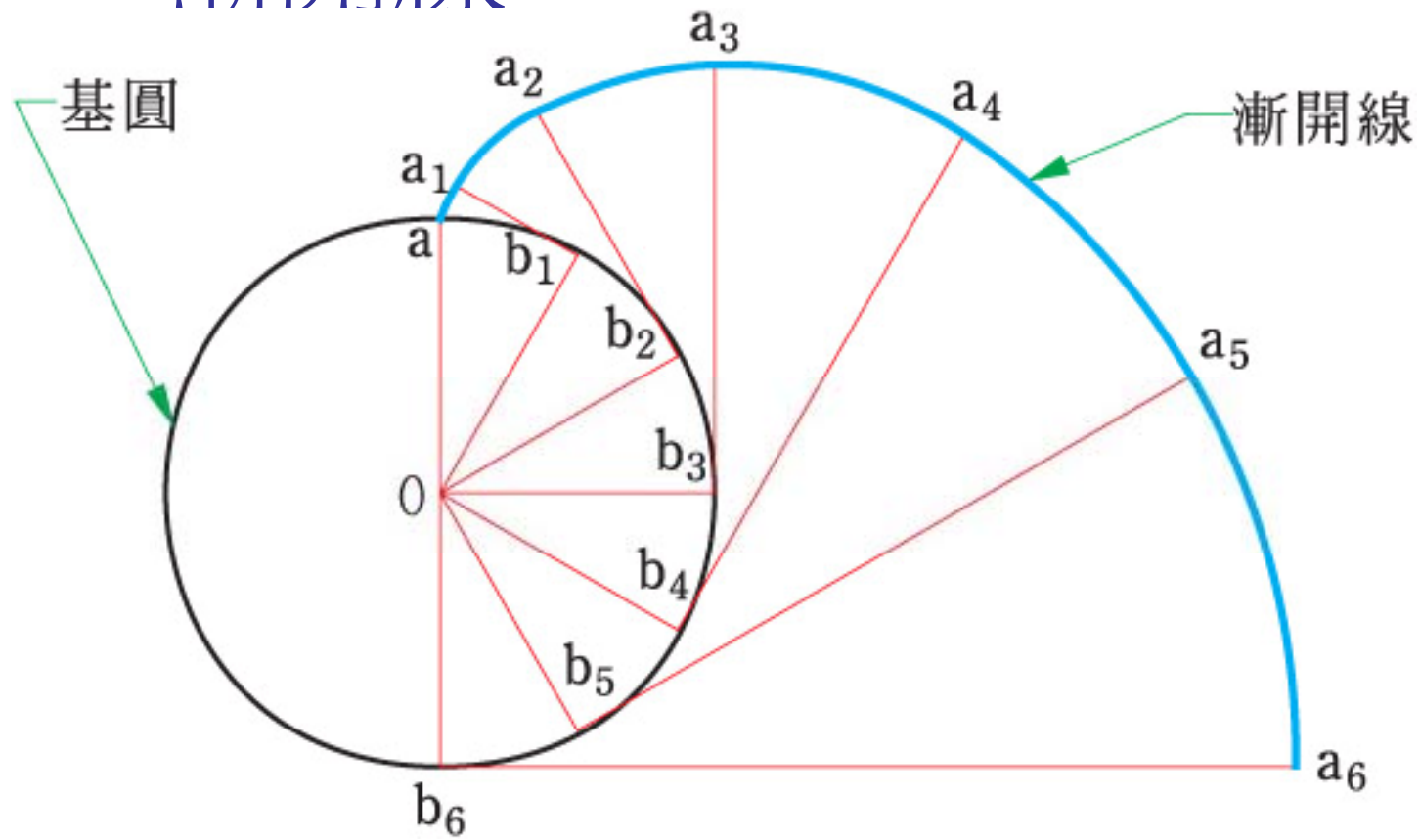


圖10-21 漸開線

2. 漸開線的畫法

- 如圖10-21所示
- (1)取已知基圓O分成12等分
- $ab_1=b_1b_2=b_2b_3=\dots$
- (2)過 b_1 、 b_2 、 b_3 ...等各點，分別作基圓之切線，即 b_1a_1 、 b_2a_2 、 b_3a_3 ...等。
- (3)在各切點上取 $b_1a_1=b_1a$ 、 $b_2a_2=b_2a$ 、 $b_3a_3=b_3a$...，得 a_1 、 a_2 、 a_3 ... a_6 等點。
- (4)順序連接 a_1 、 a_2 、 a_3 ... a_6 等各點成一圓滑曲線，即為所求之漸開線。

3. 漸開線齒形之干涉

- 所謂干涉是當一個齒輪之漸開線齒面，與另一齒輪在基圓內部之非漸開線齒腹相接觸時所造成的現象，稱為干涉 (interference)，如圖10-22中斜線部位所示。此時兩齒輪在嚙合運轉時，會發生鎖緊、切入等情形，致使輪齒有過度磨損或運轉不順、振動等不良現象，所以應儘量避免。

接上頁

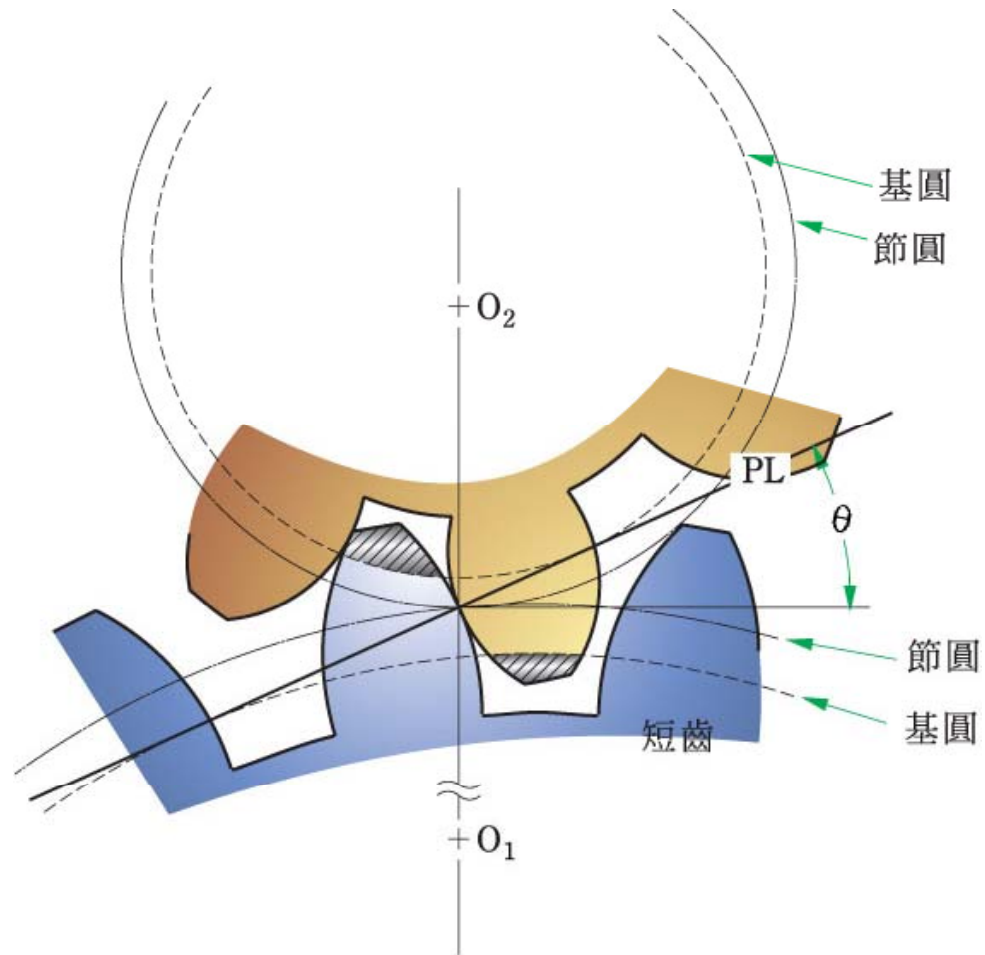


圖10-22 漸開線齒形之干涉現象

消除干涉現象的方法

- (1)縮減齒冠圓：將輪齒接觸點落在基圓切線外部，即製成短齒的齒輪。如圖10-23所示。
- (2)使用清角齒(undercut tooth)：將干涉之齒腹部份內陷切除。如圖10-23所示。
- (3)增長中心距：將兩齒輪之連心線距離加長。
- (4)增加壓力角：壓力角愈小，推動齒輪之分力愈大，推向齒輪轉軸之徑向分力愈小。但太小的壓力角容易產生干涉現象，如欲消除干涉現象可適當的增加壓力角，(增加壓力角會使基圓變小。)故壓力角恒在 $14.5^{\circ}\sim 22.5^{\circ}$ 之間。一般壓力角以不超過 22.5° 為宜。
- 設：壓力角： θ ，節圓直徑： D ，
- 基圓直徑： D_b

圖10-22清角與短齒

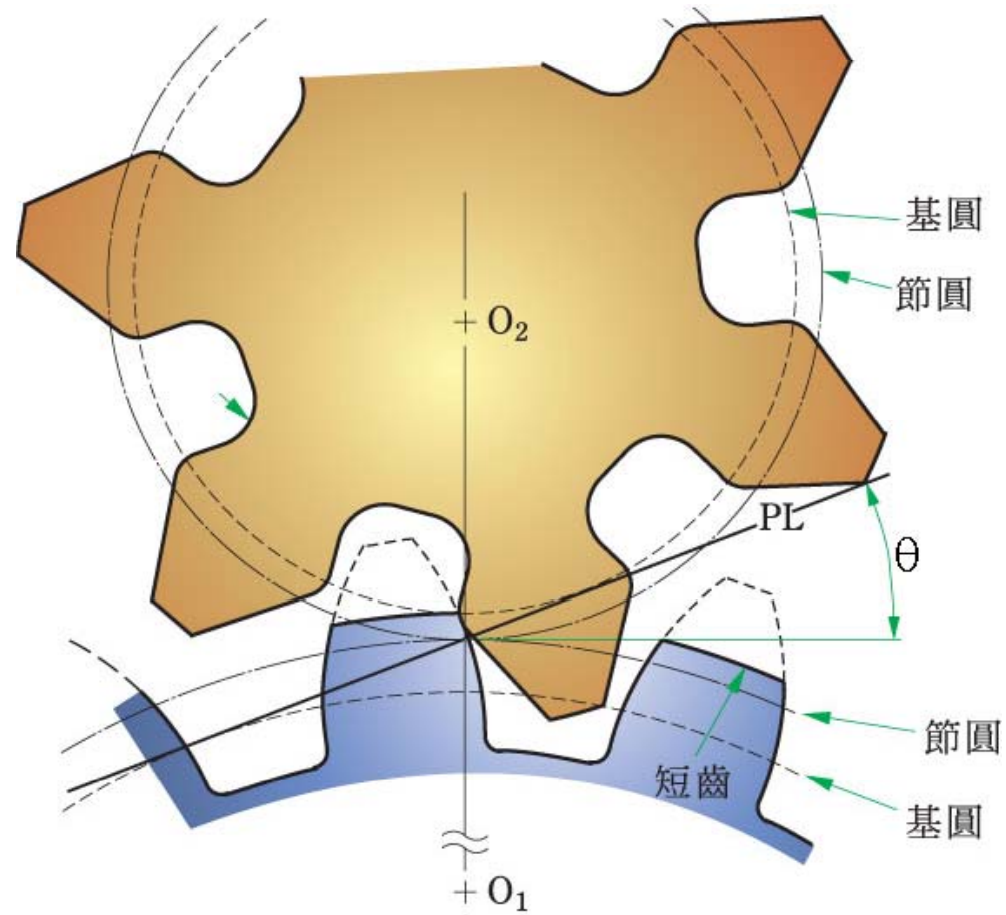


圖10-23清角與短齒

4. 漸開線齒輪嚙合的必要條件

- 漸開線齒輪嚙合之二齒輪其齒形的接觸線為一直線，漸開線齒輪，必須符合下列條件，才能有良好順暢的傳動。
 - (1) 兩齒輪的模數(周節)相等。
 - (2) 兩齒輪的壓力角相等。
 - (3) 齒與齒不發生干涉現象。
 - (4) 接觸線必須等於或大於周節。

二、擺線齒形

- 齒形之曲線由擺線所構成的齒輪稱為擺線齒輪。擺
- 線齒輪的發明比漸開線齒輪早，在製造上較困難，成
- 本較貴，目前在使用上較漸開線齒輪為少。
- 1.擺線的種類：
 - (1)正擺線(cycloid)
 - 一圓在一直線(節線)上滾動，此圓的圓周上任一點之軌跡即為正擺線。正擺線為齒條的齒形曲線，如圖10-24所示。
 - (2)外擺線(epicycloid)
 - 一圓(外滾圓)在另一圓(節圓)的外緣上滾動，則該圓(外滾圓)之圓周上任一點之軌跡即為外擺線。如圖10-25所示。

接上頁

■ (3)內擺線(hypocycloid)

- 一圓(內滾圓)在另一圓(節圓)之內緣滾動時，則該圓(內滾圓)之圓周上任一點之軌跡即為內擺線。如圖10-25所示。

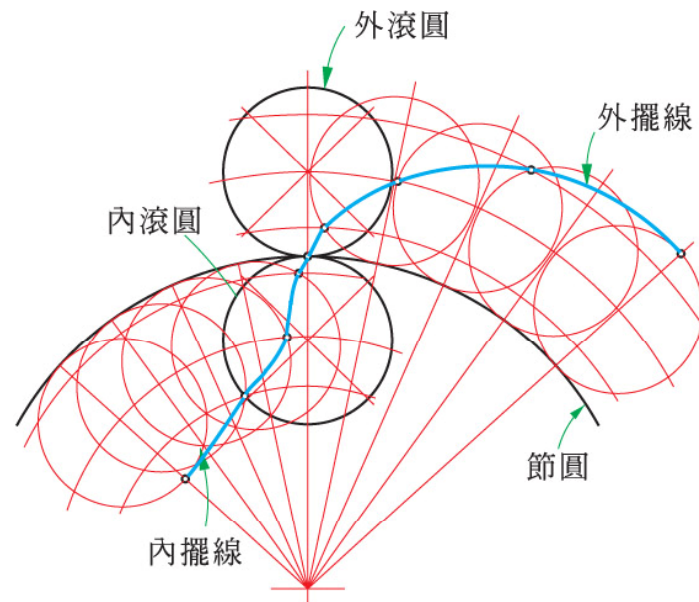
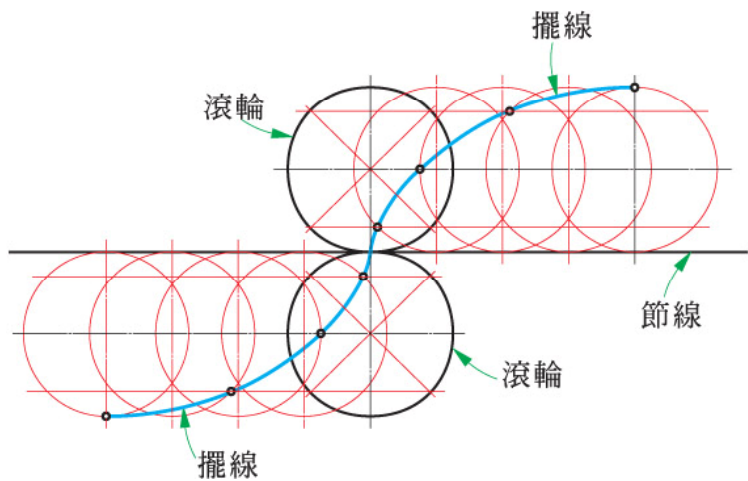


圖10-24正擺線之形成 圖10-25內擺線與外擺線之形成

2. 擺線齒輪之齒形曲線

- 擺線齒輪之齒形曲線，是由內、外擺線所構成。節圓外之，節圓內之一半由內擺線作成，亦即，齒面為外擺線，齒腹為內擺線，二者連接構成擺線齒形，如圖10-26所示之齒條，即是擺線所構成之齒形之一。

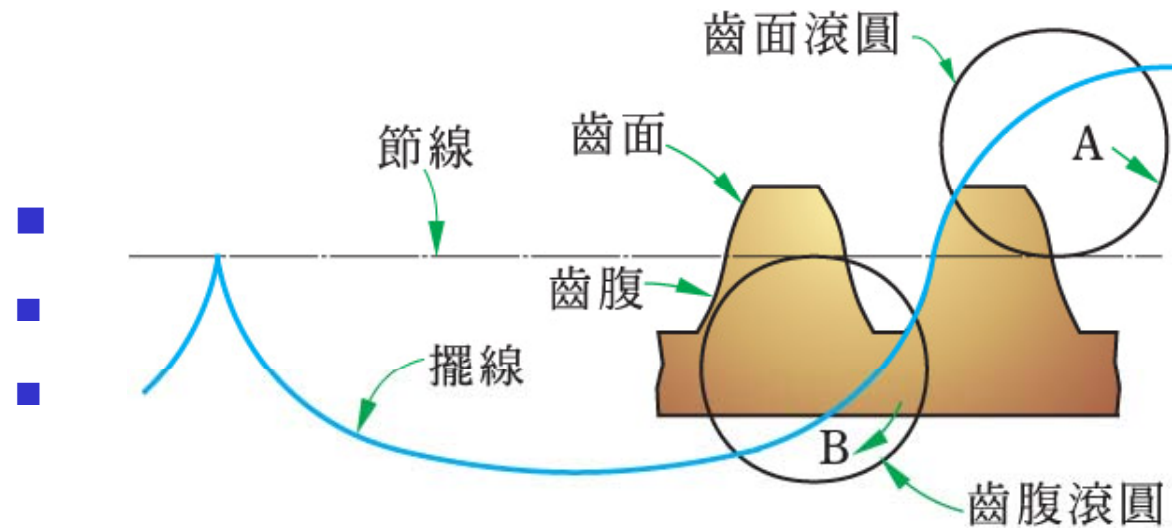


圖10-26由擺線所構成之齒形

3. 內滾圓大小的影響

- (1)內滾圓直徑大於節圓半徑時，所得的齒腹呈內陷之形狀，為強度最弱的齒形。
- (2)內滾圓直徑等於節圓半徑時，齒腹由徑線所形成，稱為徑向齒腹(radial tooth flank)，為強度中等的齒形。
- (3)內滾圓直徑小於節圓半徑時，所得之根部較寬，為強度較大的齒形。

4. 擺線齒輪嚙合傳動特性

- (1) 擺線齒輪傳達動力時，除了二齒輪之齒形大小形狀必須完成一樣外，且其周節亦應相等。
- (2) 一個擺線輪齒之齒面與嚙合擺線輪齒之齒腹，必須由同一大小之滾圓所產生之外、內擺線所形成。齒輪本身的齒面及齒腹，亦可由大小相同之滾圓所產生之內、外擺線所形成。
- (3) 擺線齒輪互相嚙合之二齒輪的接觸線為一曲線，壓力角為不定值。由大而小，至節點為零，在由小而大，到兩齒分離。
- (4) 擺線齒形輪齒傳動時，沒有干涉的問題，齒輪的齒數可以少，8齒的齒輪即可得到良好的連續運動。

三、擺線齒輪及漸開線齒輪之比較

- 1.干涉現象：漸開線齒輪之輪齒有時會有干涉現象，而擺線齒輪則無。
- 2.製造：擺線齒形係由兩種不同曲線組成，製造較難，漸開線齒形為一種曲線組成，製造較易。
- 3.壓力角：擺線齒輪之壓力角時時改變。由大而小，至節點為零，在由小而大，到兩齒分離。漸開線齒輪之壓力角恆定。

接上頁

- 4.角速比：擺線齒輪之齒形，由外擺線及內擺線所組成，互相嚙合時，若節圓不能完全相切，則無法得到正確角速比。因此兩擺線之中心距必須等於二輪節圓半徑之和或差，才能使之運轉且速比固定。
- 漸開線齒輪之齒形為一種曲線所組成，故二輪中心距離若有少許誤差，仍能在正確角速比下運轉，故安裝較為容易。
- 5.強度：以周節相等之漸開線與擺線齒輪而言，漸開線輪齒之強度較擺線輪齒為佳。

接上頁

- 6.磨耗與潤滑：就磨耗而言，漸開線齒輪之輪齒磨耗較擺線齒輪為大。故漸開線齒輪傳動時須有完善的潤滑設施。
- 7.用途：擺線齒輪較適宜傳動，用於震動及衝擊較小、銜接密緻而效率較大的場所，如鐘錶上之齒輪。而漸開線齒輪較適宜粗重之用途或震動、衝擊較大的地方使用。如起重機、汽車上之齒輪。
- 由上述幾點看來，不論在製造、強度、安裝或使用情形等各方面，漸開線齒輪均優於擺線齒輪。

10-5齒形與齒輪的規格

- 爲了使齒輪製造容易，可適合各種用途及具有互換性，降低設計、製造及維護成本。歐、美、日各國的齒輪廠家，將模數或徑節、齒冠、齒根及間隙等尺寸，均訂出一定之標準關係，謂之齒輪之標準化，分述如下。
 - 一、公制標準齒輪
 - 二、美國標準齒輪

一、公制標準齒輪

- 齒輪輪齒之大小係以模數表之，齒輪節圓直徑大小以公厘(mm)表示。齒數相同的情況下，模數大者齒輪(節圓直徑)較大。此制常用之壓力角為 14° 、 15° 、 20° 、 22° 等數種。我國中央標準局制定採用 20° 之壓力角。

- 表10-1公制標準齒輪輪齒尺寸 單位：mm

模數	M(如表10-2所示)	間隙	$\geq 0.25M$	齒厚	1.5708M
齒冠	1M	工作深度	2M	齒間	1.5708M
齒根	$\geq 1.25M$	齒高	$\geq 2.25M$	外徑 D_o	$D+2M$

註：表中M=模數，D=節圓直徑。

表10-2 模數之標準值

表10-2 模數之標準值

(單位：mm)

第1系列	第2系列	第3系列	第1系列	第2系列	第3系列	第1系列	第2系列	第3系列
0.1	0.15		1.5	1.75		8	9	
0.2	0.25		2.0	2.25		10	11	
0.3	0.35		2.5	2.75		12	14	
0.4	0.45		3.0			16	18	
0.5	0.55			3.5	3.25	20	22	
0.6	0.7	0.65	4		3.75	25	28	
0.8	0.75		5	4.5		32	36	
1.0	0.9		6	5.5		40	45	
1.25				7	6.5	50		

註：選擇時依1.2.3.系列之順序優先使用

表10-3各種齒輪尺寸

表10-3 各種齒輪尺寸

名稱 \ 齒型	14½° 布朗-沙普混合制齒形	14½° 全長齒	20° 全長齒	20° 短齒	Fellows 株狀齒
齒 冠	$\frac{1}{P_d}$	$\frac{1}{P_d}$	$\frac{1}{P_d}$	$\frac{0.8}{P_d}$	$\frac{1}{P_{d2}}$
齒 根	$\frac{1.157}{P_d}$	$\frac{1.157}{P_d}$	$\frac{1.157}{P_d}$	$\frac{1}{P_d}$	$\frac{1.25}{P_{d2}}$
齒間隙	$\frac{0.157}{P_d}$	$\frac{0.157}{P_d}$	$\frac{0.157}{P_d}$	$\frac{0.2}{P_d}$	$\frac{0.25}{P_{d2}}$
工作深度	$\frac{2}{P_d}$	$\frac{2}{P_d}$	$\frac{2}{P_d}$	$\frac{1.6}{P_d}$	$\frac{2}{P_{d2}}$
齒 高	$\frac{2.157}{P_d}$	$\frac{2.157}{P_d}$	$\frac{2.157}{P_d}$	$\frac{1.8}{P_d}$	$\frac{2.25}{P_{d2}}$
齒冠圓直徑	$\frac{T+2}{P_d}$	$\frac{T+2}{P_d}$	$\frac{T+2}{P_d}$	$\frac{T+1.6}{P_d}$	$\frac{T}{P_{d1}} + \frac{T}{P_{d2}}$
齒 厚	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_{d1}}$
齒 間	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_d}$	$\frac{1.5708}{P_{d1}}$
齒根倒角半徑	$\frac{0.209}{P_d}$	$\frac{0.209}{P_d}$	$\frac{0.236}{P_d}$	$\frac{0.3}{P_d}$	$\frac{0.25}{P_{d1}}$

P_d : 徑節

P_{d1} : 第一徑節

P_{d2} : 第二徑節

T : 齒數

二、美國標準齒輪

- 美國標準協會A.S.A.(American standards Association)制定的標準齒輪，其種類及各部分尺寸，如表10-3所示，說明如下。
- 1. 布朗—沙普 14° 混合制(brown & sharpe)：其基準齒條如圖10-27所示。其齒形曲線由擺線及漸開線混合連接而成。適合於一般性之傳動。

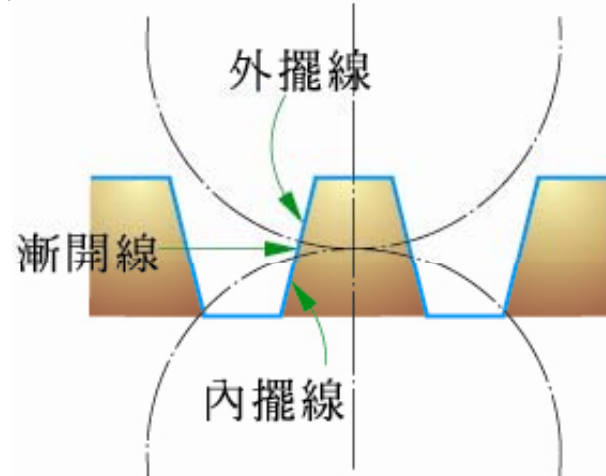


圖10-27 布朗—沙普 14° 混合制

接上頁

- 2. 14° 全深漸開線制(14 deg full depth involute system)：其壓力角為 14° ，齒形曲線為漸開線。此制齒輪之齒數，最好不少於32齒，以避免產生傾角現象。如圖10-28所示。

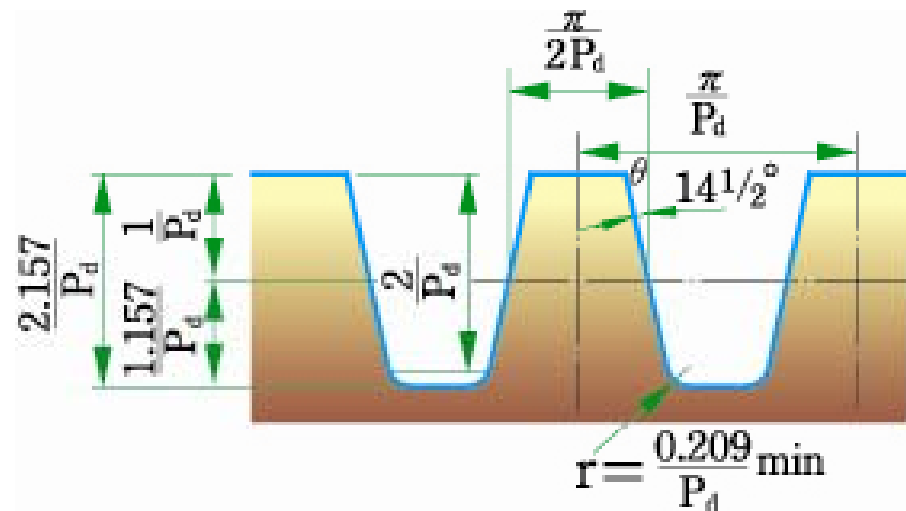


圖10-28 14° 全深漸開線制

接上頁

- 3. 20°全深漸開線制(20 deg full depth involute system)：
此種齒制因壓力角加大，故齒根厚度增加，所能承受之強度較14°為大，因此一般機械之傳動如汽車之傳動齒輪等大都使用之，齒數至少在18齒以上才不會造成根部內陷。如圖10-28所示。圖10-30為14°與20°短齒漸開線制齒形之比較。

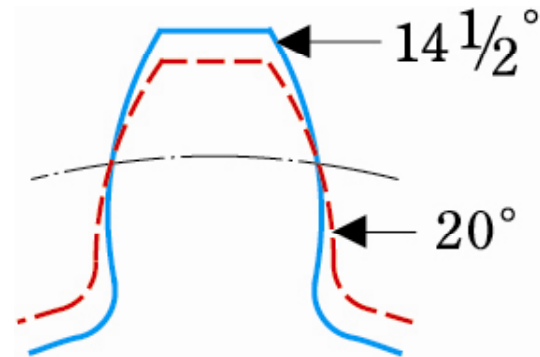
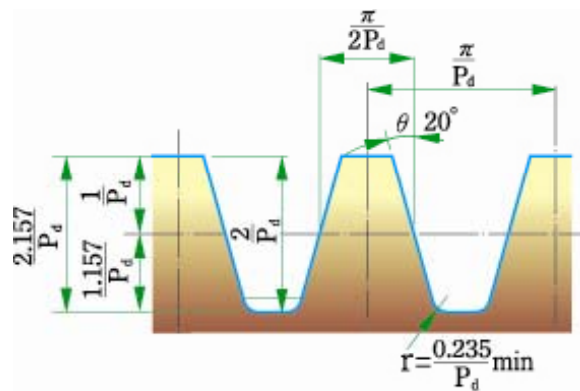


圖10-29 20°全深漸開線制

圖10-30 14°與20°短齒漸開線齒形之比較

接上頁

- 4. 20°短齒漸開線制(20 deg stub involute system)：
如圖10-31所示，壓力角為20度，其齒深較短，強度較大，不容易折斷，齒數減至12齒時尚不致有內陷現象，可以避免干涉的現象。

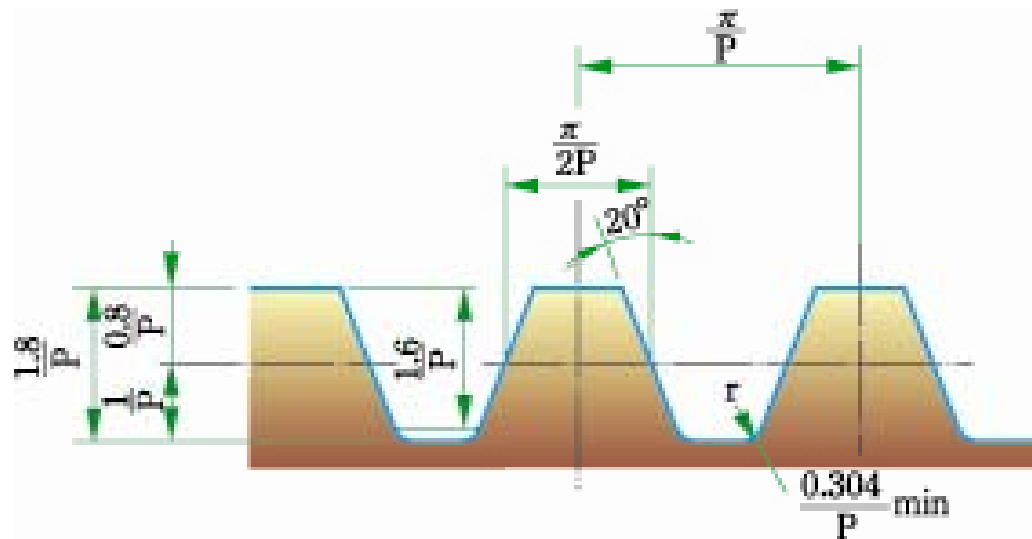


圖10-31 20°短齒漸開線制

- 5.費洛氏短齒制(fellows gear shaper co. system)：又稱株狀齒(stub tooth)，是美國Fellows齒輪刨機公司所創，其壓力角為20度，為常用之短齒制。徑節為兩個數字，頭一個數字為 P_1 (第一徑節)，用以計算節圓直徑、齒數、周節及齒厚等，第二個數字為 P_2 (第二徑節)，用以計算齒冠、齒根及間隙。在汽車上使用此種齒制甚多，較常用有下列數種。

P_1 ----- P_2	P_1 ----- P_2	P_1 ----- P_2
3 ----- 4	8 ----- 10	14 ----- 18
4 ----- 5	9 ----- 11	15 ----- 20
5 ----- 7	10 ----- 12	16 ----- 21
6 ----- 8	12 ----- 14	17 ----- 22
7 ----- 9	13 ----- 16	18 ----- 24

株狀齒有下列幾項優點

- 1.齒強度較大。
- 2.齒面之磨損較均勻。
- 3.淬火處理時，收縮彎曲變形之現象較小。

[例1]

一齒輪採用20°公制標準齒形，模數為4mm，齒數為30齒，試求齒輪各項之值。

[解]：令 $M=4\text{mm}$ $T=30$

則 節徑

$$\text{周節 } D = MT = 4 \times 30 = 120 \quad \text{mm}$$

$$\text{齒冠 } P_c = \pi M = 3.14 \times 4 = 12.56 \quad \text{mm}$$

$$\text{齒根 } a = M = 4 \quad \text{mm}$$

$$\text{齒高 } d = 1.25M = 1.25 \times 4 = 5 \quad \text{mm}$$

$$h = a + d = 9 \quad \text{mm}$$

接上頁

間隙

$$c = d - a = 1 \quad \text{mm}$$

齒間=齒厚

$$t = \frac{P_c}{2} = \frac{12.56}{2} = 6.28 \quad \text{mm}$$

外直徑

$$D_o = M (T + 2) = 4 \times 32 = 128 \quad \text{mm}$$

[例2]

有一費洛氏(fellow)制短齒輪，節圓直徑 $D=10$ 吋，其徑節為 $4\sim 5$ ，求齒數、周節、齒厚、齒冠、齒根？

[解]：徑節為 $4\sim 5$ $\therefore P_{d1}=4$ ， $P_{d2}=5$
齒數 = (齒)

齒厚 = (mm)

周節 = $P_{d1} \times D = 4 \times 10_{(\text{mm})} = 40$

$$\frac{1.5708}{P_{d1}} = \frac{1.5708}{4} = 0.3927(\text{吋}) = 9.97$$

$$\frac{\pi}{P_{d1}} = \frac{\pi}{4} = 0.785(\text{吋}) = 19.94$$

接上頁

$$\text{齒冠} = \frac{1}{P_{d2}} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{(吋)} = 5.08 \text{(mm)}$$

$$\text{齒根} = \quad \quad \quad \text{(mm)}$$

$$\frac{1.25}{P_{d2}} = \frac{1.25}{5} = 0.25 \text{(吋)} = 6.35$$

齒輪機構應用動畫

- 1.衝壓機



動畫10-32

- 2.定心器



動畫10-33